

【1】目的

ある制御要素について伝達関数が既知ならば周波数応答が推定できるという理論を検証する。この実験の目的は次の3つである。

第1に実験装置による応答波形の測定を行なう。ある制御要素モデルについて、過渡応答の例として、ステップ応答（入力時間軸波形と出力時間軸波形）の測定技能を修得する。

第2に同一の制御要素について周波数応答（周波数-ゲイン，周波数-位相）を測定し，測定技能を修得する。

第3に過渡応答と周波数応答の相互関係について，伝達関数の理論を検証する。まず始めに，ステップ応答より伝達関数を推定する。推定された伝達関数から周波数伝達関数を求め，周波数応答を計算によって推定する。推定された周波数応答と測定された周波数応答をボード線図上で比較し，推定の正しさを検証する。

【2】ステップ応答と周波数応答の概念

【2.1】 ステップ応答

ステップ応答は制御要素にステップ関数 $x(t) = au(t)$ を入力した時の時間軸上の応答である。（ t は時間， a は定数）ただし $u(t)$ は単位ステップ関数であり，

$$u(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (0 \leq t) \end{cases}$$

と定義される。入力関数 $x(t) = au(t)$ は s 領域では

$$X(s) = L[au(t)] = \frac{a}{s}$$

となる。制御要素の伝達関数を $G(s)$ と置くと，ステップ応答は

$$y(t) = L^{-1}[G(s)X(s)] = L^{-1}\left[G(s)\frac{a}{s}\right]$$

である。ただし， $F(s) = L[f(t)]$ ， $f(t) = L^{-1}[F(s)]$ はラプラス変換，逆ラプラス変換の関係である。

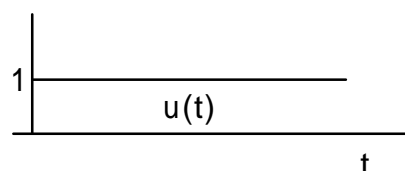


図1 単位ステップ関数

【2.2】 周波数応答

周波数応答は制御要素に定常正弦波を入力した時の出力波形の振幅比と位相がどのように変化したかを表す概念である。実際の測定では入力波形を

$$x(t) = a \sin \omega t$$

とした時（ ω [rad/s] は角周波数），出力が

$$y(t) = b \sin(\omega t + f)$$

となったとすると

$$\text{ゲイン [dB]} : \text{dBGAIN} = 20 \log \frac{b}{a}$$

$$\text{位相 [deg]} : \text{PHASE} = f$$

となり，周波数 に依存する。ゲイン [dB]，位相 [deg] をそれぞれ縦軸にとり，横軸に周波数 f [Hz] を対数でとったグラフは B o d e 線図と呼ばれる。位相は遅れる側がマイナスの符号となっている。

【2.3】 伝達関数と周波数応答

伝達関数の理論によれば，伝達関数が既知で $G(s)$ である時， s を $j\omega$ （ j は虚数単位）で置き換えると，周波数伝達関数 $G(j\omega)$ となる。そして，周波数応答は

ゲイン[dB] : $dBGAIN = 20 \log |G(j\omega)|$ ($G(j\omega)$ の絶対値の対数の 20 倍)

位相[deg] : $PHASE = \angle [G(j\omega)]$ ($G(j\omega)$ の複素平面上での偏角)

となっている . ゆえに , 過渡応答から , 伝達関数を推定し , 周波数伝達関数を求めると , 周波数応答が求められる .

【3】測定

【3.1】ステップ応答の測定

図2に示すように , 制御要素 (内容はブラックボックス) に矩形波を与え , 応答波形を描くための測定を行ないなさい . 正弦波矩形波発生器の出力は矩形波としなさい . 応答波形から後ほど近似曲線を求めるので正確に測定すること . (入力波形の測定 . 時間 , 出力電圧の表を作っておくとよい . 出力波形は図3となるはずである . 波形のどの部分を測定しておいたら伝達関数の推定に有効かを考慮しながら測定せよ .) オシロスコープでの測定は DC 特性入力で行うとよい .

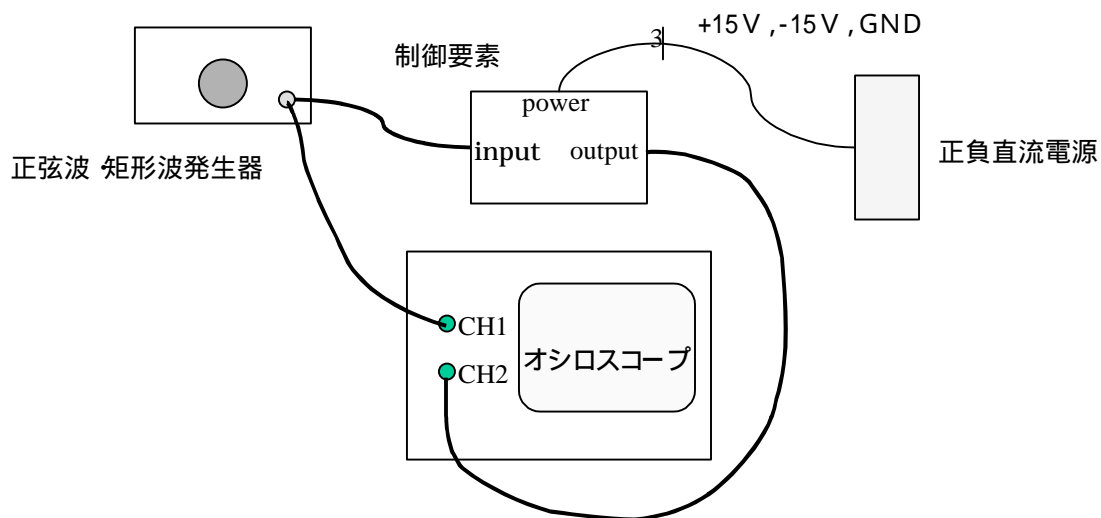


図2 実験装置接続図

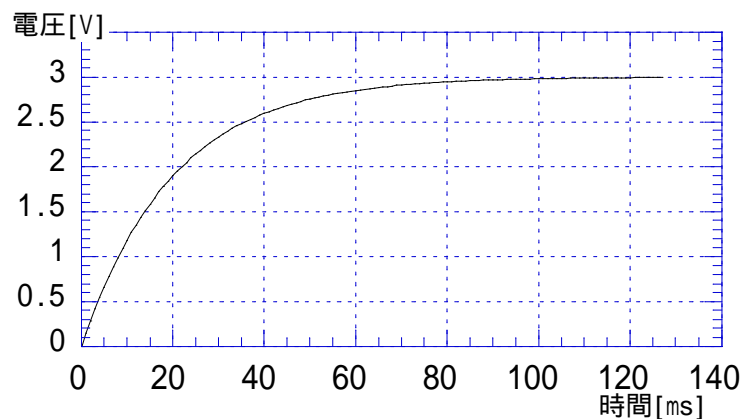


図3 ステップ応答の例 (1次遅れ要素)

【3.2】周波数応答の測定

制御要素 (内容はブラックボックス) に様々な正弦波を与え , 周波数応答を測定し B o d e 線図を描くための測定を行いなさい .

図2のように接続し , 周波数発生器出力正弦波の振幅を一定にし , 周波数を変化させます . この時 , 制御要素への入力信号をオシロスコープチャンネル1 , 制御要素からの出力信号をオシロスコープチャンネル2で観測し , 振幅比 , 位相遅れを測定しなさい . オシロスコープでの測定は入力を AC 特性にして行うとよい . 測定する周波数は表1に与えるものとする .

図4に測定例を示すが , 位相遅れを測定するには図4のどこを測定すればよいか , 各自考えなさい .

(ただの時間遅れを測って満足しないこと.) 測定は表 1 の周波数によって行なうが, さらに密にデータを取らなければならない部分は各自考えて必要な周波数を追加しなさい.

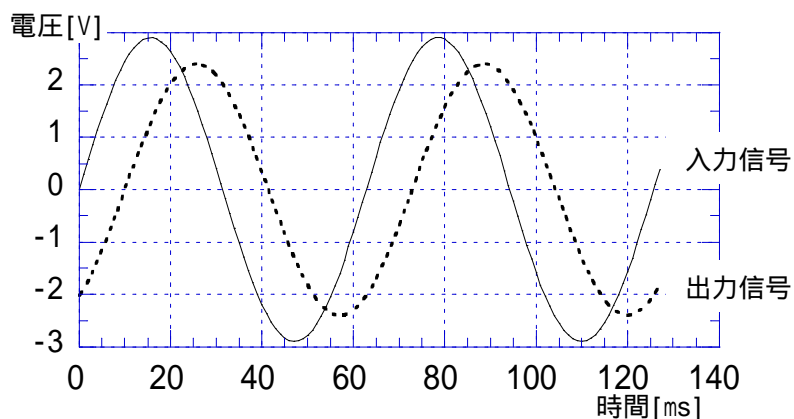


図 4 周波数応答の測定例

表 1 測定周波数 [Hz]

			4	6.3
10	16	25	40	63
100	160	250	400	630
1000	1600	2500	4000	6300
10000	16000	25000	40000	

【ヒント】ボード線図とは, (1) 横軸に周波数を対数で取り, 縦軸に dB で表わしたゲインを取ってゲイン曲線を描いた線図と, (2) 横軸に周波数を対数で取り, 縦軸に degree で表わした位相を取って位相曲線を描いた線図のことを言います. 図 5 を参照しなさい.

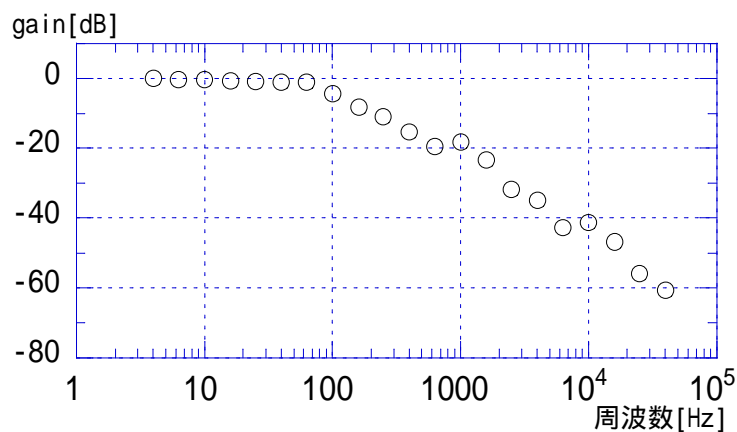


図 5 (1) ボード線図 - ゲイン線図 (測定値)

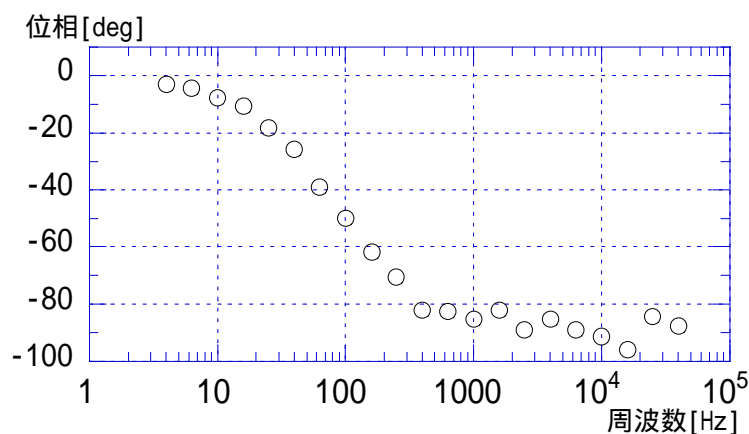


図5(2) ボード線図 - 位相線図(測定値)

【4】課題(報告書には以下の点を盛り込みなさい。盛り込むのであって、この順序で報告書を作成しても報告書の体裁は整わないことに留意。報告書採点者がこの指導用資料を読んでいないことを前提に作成しなさい。特に問-答形式報告書は最悪です。)

- (1) 測定値によりステップ応答線図を描きなさい。
- (2) 測定値によりBode線図を描きなさい。
- (3) Bode線図のgain線図の右下がり部の傾きを、直線で表わした時のdB/decで求めなさい。
- (4) 位相遅れは最大で何度か求めなさい。
- (5) この制御要素は一次遅れ要素と考えられる。その根拠は何か考えなさい。

(6) 伝達系が一般的な1次遅れ要素の場合の伝達関数は、

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

なので、入力が $x(t) = au(t)$ の時のステップ応答は

$$y(t) = aK(1 - \exp(-\frac{t}{T}))$$

であることがわかっている。 t が十分大きいところでは、 $y(t) \approx aK$ となることを利用すると、 K の推定値を得ることが出来る。また $t = T$ の時の y の値を用いると $y(T) = 0.632aK$ であることを利用して、 T の推定値(単位に気をつけなさい。)を得ることが出来る。これより制御要素の伝達関数を推定しなさい。

(7) 推定された伝達関数を周波数伝達関数に変換しBode線図を描き、測定した周波数応答と比較しなさい。(同一Bode線図上に描き比較しなさい。周波数軸の単位はHzです。)図6に比較例を示す。

【大サービスヒント】 w はrad/secで表わした周波数、 f はHzで表わした周波数で、その関係は $w = 2\pi f$ です。

- (8) その他気が付いた点について考察しなさい。
- (9) 周波数応答測定法について他の方法を調べなさい。

【5】報告書作成上の注意

- (1) 報告書は報告書の体裁を保つように工夫しなさい。以下の例のような項目に分けて記述しなさい。
 - 1) 実験の目的

- 2) 実験の方法
- 3) 実験結果 (測定データの表と線図はここに入れる)
- 4) 考察その他 (ここで推定した周波数応答と実測した周波数応答を比較する。)
- 5) 結論 (わかったこと, 実験の目的に掲げたことについてどこまでできたか)
- 6) 感想と建設的な提案

(2) 図表がある場合は必ず本文中で「図1に.....を示す。」などの表現を入れ,「.....を下図に示す。」の表現はさけること。図表には図題(図の下に書く)表題(表の上を書く)を付け,グラフなどでは軸名,単位を書き添えること。グラフが横位置になるときは上をとじること。またコピーおよびファイリングに耐えるよう周囲の余白をとること。

提出時には左側に2穴パンチでファイリング用の穴を開けて提出のこと。

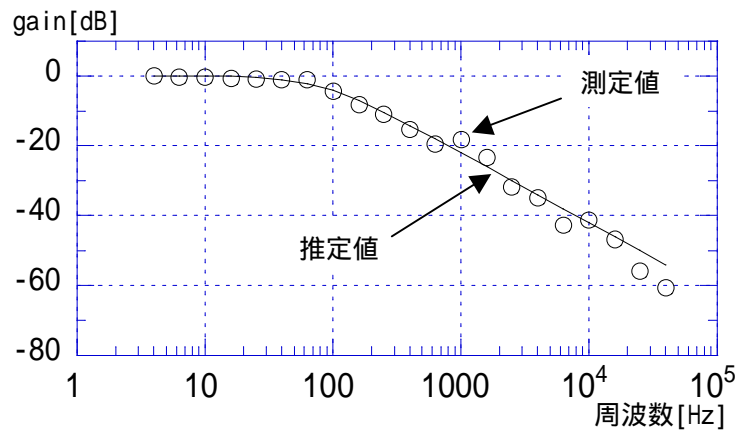


図6(1) ボード線図 - ゲイン線図 (推定値と実測値)

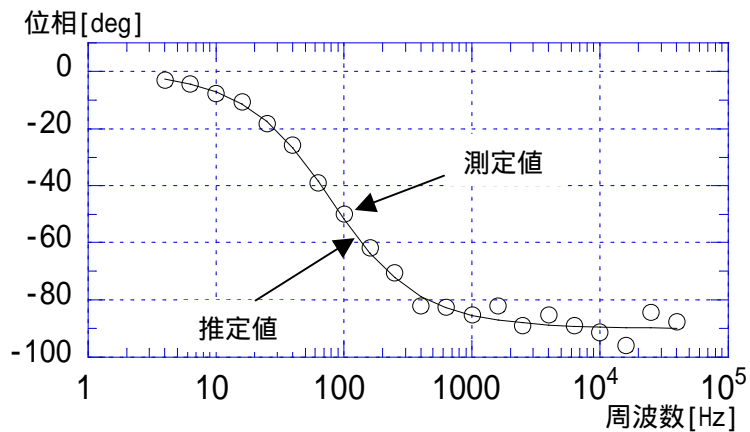


図6(7) ボード線図 - 位相線図 (推定値と実測値)